

Писмени испит из Геометрије 5, смерови Р и Н, 17.02.2018.

- (а) У оријентисаном еуклидском простору $\mathbb{E}^3$ дата је трансформација Φ својим формулама у односу на ортонормирани репер $Oe_1e_2e_3$:

$$\begin{aligned} x' &= \frac{2}{3}x + \frac{2}{3}y - \frac{1}{3}z + 3, \\ y' &= -\frac{1}{3}x + \frac{2}{3}y + \frac{2}{3}z + 1, \\ z' &= \frac{2}{3}x - \frac{1}{3}y + \frac{2}{3}z + 8. \end{aligned}$$

Доказати да је Φ изометрија, одредити основне компоненте и скицирати путању тачке.

(б) Одредити формуле афиног пресликавања афине равни у односу на дати афини репер Oe које темена $B(-3,0)$ и $C(3,0)$ троугла ABC оставља фиксним, а теме $A(1,4)$ пресликава у средиште странице BC . Доказати да је добијено пресликавање паралелно пројектовање, одредити основне компоненте пројектовања, као и слику круга описаног око троугла ABC при овом пресликавању.
- Нека су PQ и RS произвољна два спрегнута дијаметра дате елипсе еуклидске равни са полуосама дужине a и b . Доказати да је $PQ^2 + RS^2 = 4(a^2 + b^2)$.
- Коника пројективне равни $\mathbb{RP}^2$ одређена је тангентама a, b, c, d у општем положају и додирном тачком A тангенте a и конике (A не припада ниједној од правих b, c, d). Нека је Δ произвољна права која садржи тачку A , различита од a .

(а) Конструисати додирне тачке B, C, D тангенти b, c, d и конике.

(б) Конструисати другу пресечну тачку E конике и праве Δ , као и пол праве Δ .
- У пројективној равни $\mathbb{RP}^2$ дат је тротеменик XYZ . Праве Π и Γ секу праве YZ, ZX, XY тим редом у тачкама A, B, C , односно P, Q, R . Доказати да су пресечне тачке правих YZ и BR, ZX и CP, XY и AQ колинеарне. Како гласи тврђење у афиној карти у којој су праве YZ и BR паралелне?

Писмени испит из Геометрије 5, смерови Р и Н, 17.02.2018.

- (а) У оријентисаном еуклидском простору $\mathbb{E}^3$ дата је трансформација Φ својим формулама у односу на ортонормирани репер $Oe_1e_2e_3$:

$$\begin{aligned} x' &= \frac{2}{3}x + \frac{2}{3}y - \frac{1}{3}z + 3, \\ y' &= -\frac{1}{3}x + \frac{2}{3}y + \frac{2}{3}z + 1, \\ z' &= \frac{2}{3}x - \frac{1}{3}y + \frac{2}{3}z + 8. \end{aligned}$$

Доказати да је Φ изометрија, одредити основне компоненте и скицирати путању тачке.

(б) Одредити формуле афиног пресликавања афине равни у односу на дати афини репер Oe које темена $B(-3,0)$ и $C(3,0)$ троугла ABC оставља фиксним, а теме $A(1,4)$ пресликава у средиште странице BC . Доказати да је добијено пресликавање паралелно пројектовање, одредити основне компоненте пројектовања, као и слику круга описаног око троугла ABC при овом пресликавању.
- Нека су PQ и RS произвољна два спрегнута дијаметра дате елипсе еуклидске равни са полуосама дужине a и b . Доказати да је $PQ^2 + RS^2 = 4(a^2 + b^2)$.
- Коника пројективне равни $\mathbb{RP}^2$ одређена је тангентама a, b, c, d у општем положају и додирном тачком A тангенте a и конике (A не припада ниједној од правих b, c, d). Нека је Δ произвољна права која садржи тачку A , различита од a .

(а) Конструисати додирне тачке B, C, D тангенти b, c, d и конике.

(б) Конструисати другу пресечну тачку E конике и праве Δ , као и пол праве Δ .
- У пројективној равни $\mathbb{RP}^2$ дат је тротеменик XYZ . Праве Π и Γ секу праве YZ, ZX, XY тим редом у тачкама A, B, C , односно P, Q, R . Доказати да су пресечне тачке правих YZ и BR, ZX и CP, XY и AQ колинеарне. Како гласи тврђење у афиној карти у којој су праве YZ и BR паралелне?